

Вариант 2 / Variant 2

Пожалуйста, обратите внимание, что в десятичной записи числа целая часть отделяется от дробной с помощью точки “.”! / Please note that in decimal numbers the integer part is separated from the fractional with a decimal point “.”!

1) Вычислить $\frac{(2\sqrt{6}-\sqrt{20})(11+2\sqrt{30})}{2\sqrt{5}+\sqrt{24}}$. // Calculate $\frac{(2\sqrt{6}-\sqrt{20})(11+2\sqrt{30})}{2\sqrt{5}+\sqrt{24}}$

1. 1
2. 3
3. 4
4. 8
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

2) При сдаче нормативов по плаванию оценку 5 получили 4% спортсменов первой команды, а из другой команды - 8%. Согласно итоговым показателям, стали отличниками 6% участников. Найдите количество отличников в каждой команде, если известно, что во второй команде их на 3 человека больше, чем в первой. В ответ запишите суммарное количество отличников. // During a qualifying swimming test 4% of the athletes from the first team and 8% of the athletes from the second team got an A grade. According to the final results, 6% of the participants were named excellent students. Find the number of excellent students in each team if it is known that there are 3 more of them in the second team than in the first team. In the answer specify the total number of such excellent students.

1. 15
2. 10
3. 8
4. 9
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

3) Вычислить $2^{6\log_{2\sqrt{2}}(5-\sqrt{10})+8\log_{0.25}(\sqrt{5}-\sqrt{2})}$. // Calculate $2^{6\log_{2\sqrt{2}}(5-\sqrt{10})+8\log_{0.25}(\sqrt{5}-\sqrt{2})}$.

1. 50
2. $25(\sqrt{5} - \sqrt{2})^4$
3. 25
4. 75
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

4) Упростить выражение $\frac{\sin^2 \alpha}{1-\sin(\alpha+\frac{3\pi}{2})} + \cos(2\pi - \alpha)$. // Simplify the expression $\frac{\sin^2 \alpha}{1-\sin(\alpha+\frac{3\pi}{2})} + \cos(2\pi - \alpha)$.

1. $\operatorname{tg} \alpha$
2. $-\cos \alpha$
3. $\sin \alpha$

4. 1
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

5) Решить уравнение $\lg(10x^2)\lg x = 1$. В ответе указать произведение корней, если их несколько. // Solve the equation $\lg(10x^2)\lg x = 1$. In the answer specify the product of the roots, if there are several.

1. 1.5
2. $1/\sqrt{10}$
3. 10
4. 1.1
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

6) Найдите периметр прямоугольной трапеции, если ее диагональ, равная 20, перпендикулярна боковой стороне, а высота трапеции равна 12. // Find the perimeter of a rectangular trapezoid, if its diagonal which is equal to 20 is perpendicular to the lateral side, and the height of the trapezoid equals to 12.

1. 68
2. 75
3. 62
4. 71
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

7) При каком значении параметра a парабола $y = ax^2$ касается кривой $y = \ln x$. // With what value of the parameter a the parabola $y = ax^2$ is tangent to the curve $y = \ln x$.

1. $\sqrt{2e}$
2. $e/2$
3. $(2e)^{-1}$
4. $2/e$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

8) Найдите все значения x , для которых точки графика функции $y = \frac{|x|}{x}$ лежат не выше соответствующих точек графика функции $y = \sqrt{9 - x^2}$. // Find all values of x for which the points of the graph of the function $y = \frac{|x|}{x}$ do not lie above the corresponding points of the graph of the function $y = \sqrt{9 - x^2}$.

1. $(-3; 0] \cup [0; 2\sqrt{2})$
2. $[-3; 0) \cup (0; 2\sqrt{2}]$
3. $(-2\sqrt{2}; 0) \cup (0; 2\sqrt{2})$
4. $[-2; 0) \cup (0; 3\sqrt{3}]$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

9) Решить уравнение $\frac{15x}{2x^2+2x+1} - \frac{8x}{2x^2+x+1} = 1$. В ответе указать корень или сумму корней уравнения, если их несколько. // Solve the equation $\frac{15x}{2x^2+2x+1} - \frac{8x}{2x^2+x+1} = 1$. In the answer indicate the root or the sum of the roots of the equation, if there are several.

1. 2
2. 0.5
3. 1

4. 1.5

5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

10) Найти значения параметра a , при которых уравнение $x^2 - 4|x| + 2 - a = 0$ имеет ровно 3 различных корня. В ответе указать промежуток, содержащий эти значения. // Find the values of the parameter a with which the equation $x^2 - 4|x| + 2 - a = 0$ has just 3 different roots. In the answer specify the range that includes these values.

1. (2;66]

2. (2; $+\infty$)

3. ($-\infty$;2]

4. [66; $+\infty$)

5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

11) Определить число корней уравнения $\operatorname{tg} \pi x \cdot \cos \pi x = \sin \pi x + \cos 3 \pi x$ на отрезке $[0;1]$.
// How many roots does the equation $\operatorname{tg} \pi x \cdot \cos \pi x = \sin \pi x + \cos 3 \pi x$ have in the segment $[0;1]$?

1. 2

2. 4

3. 1

4. 3

5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

12) Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, а в случае ничьей - 1 очко, если проигрывает - 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0.4. // In order to get to the next competition round a football team must gain at least 4 points in two games. If the team wins it gains 3 points, if there is a tied score it gains 1 point, and if it loses it gains 0 points. Find the probability that the team manages to get to the next competition round. Assume that in each game the winning probability and the losing probability are the same and equal to 0.4.

1. 0.31

2. 0.36

3. 0.32

4. 0.33

5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

13) Найти область значений функции $y = 2.6 \cdot \log_{\frac{1}{5}}(25 - 4x^2)$ на отрезке $[-2; \sqrt{5}]$. // Find the value range for the function $y = 2.6 \cdot \log_{\frac{1}{5}}(25 - 4x^2)$ in the segment $[-2; \sqrt{5}]$.

1. $[-5.2; 2.6]$

2. $[-5.2; -2]$

3. $(-5.2; -0.6]$

4. $[-5.2; -2.6]$

5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

14) Найдите скорость поезда, считая её постоянной, если мимо неподвижного наблюдателя поезд прошёл за 7 секунд, а мимо платформы длиной 378 м — за 25 секунд.

Ответ дайте в км/час. // Find the speed of a train (considering it is constant) if it takes the train 7 seconds to pass by a stationary observer, and 25 seconds to pass by a 378 m long platform. Give your answer in km/hr.

1. 75.6
2. 81
3. 72.4
4. 75
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

15) Известно, что при любом n сумма S_n членов арифметической прогрессии выражается формулой $S_n = 4n^2 - 3n$. Найти разность прогрессии. // It is known that with every n the sum S_n of the arithmetic progression terms can be expressed using the formula $S_n = 4n^2 - 3n$. Find the common difference of the progression.

1. 2
2. 8
3. 10
4. 12
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

16) Вычислить $tg\left(\frac{3\pi}{2} + \arcsin 0.6\right)$ // Calculate $tg\left(\frac{3\pi}{2} + \arcsin 0.6\right)$.

1. 9/7
2. -2/5
3. -4/3
4. 2/3
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

17) Площадь основания конуса равна площади поверхности вписанного в него шара. Найти синус угла при основании в осевом сечении конуса. // The area of the basis of a cone is equal to the area of the surface of an inscribed sphere. Find the sine of the base angle in the axial section of the cone.

1. 0.75
2. 0.5
3. $\sqrt{3}/2$
4. 0.8
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

18) Найти все значения параметра p , при которых хотя бы одно число $x \in [2; 5]$ является решением неравенства $|x - p| \leq 9$. // Find all values of the parameter p with which at least one $x \in [2; 5]$ is the solution of the equation $|x - p| \leq 9$.

1. $[-3; 30]$
2. $[-3; 25]$
3. $[-7; 14]$
4. $[-7; 32]$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

19) Найти множество решений неравенства $\log_{x^2+2}(3x + 6) \leq 1$. // Find the solutions set for the inequality $\log_{x^2+2}(3x + 6) \leq 1$.

1. $(-2; -1] \cup [4; +\infty)$
2. $(-2; -1]$
3. $[3; 4]$
4. $(-2; 1] \cup [3; +\infty)$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

20) В основании прямого конуса лежит круг радиуса 2м, а длина образующей составляет 6м. Маршрут муравья по боковой поверхности конуса начинается и заканчивается в одной и той же точке на границе основания, и при этом проходит через каждую образующую. Найдите длину самого короткого из таких маршрутов. Ответ в метрах умножьте на 10, и, если он не целый, — округлите вниз до ближайшего целого числа. // The base of a right cone is a circle of radius 2m, and the slant height of the cone is 6m. A trajectory of an ant lies on the lateral surface of the cone, starts and terminates at the same boundary point of the base, and crosses every generator. Find the length of a shortest such trajectory. Multiply the answer in meters by 10, and, if the result is non-integer, round it down to the nearest integer.

Ответ // Answer _____

21) В течение часа точка A имела постоянные координаты $(0, 0)$, а точки B и C двигались равномерно и прямолинейно. Начальные координаты точки B равны $(14, 14)$, а конечные — $(2, 0)$. Начальные координаты точки C равны $(0, 4)$, а конечные — $(16, 12)$. Сколько раз за этот час площадь треугольника ABC принимала целые значения? Начальный и конечный моменты учитываются. // During one hour, a point A had constant coordinates $(0, 0)$, while points B, C moved rectilinearly with uniform speed. Initial coordinates of B are $(14, 14)$ and its terminal coordinates are $(2, 0)$. Initial coordinates of C are $(0, 4)$ and its terminal coordinates are $(16, 12)$. How many times during this hour the area of the triangle ABC took integer values? The initial and the terminal moments should be taken into account.

Ответ // Answer _____

22) Сколькими способами можно числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 покрасить: одно в красный цвет, два в зеленый, три в синий, так, чтобы сумма чисел любого цвета была не больше, чем сумма чисел двух других цветов? // How many ways are there to color the numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6, one number red, two numbers green, three numbers blue, so that the sum of the numbers of any color is less than or equal to the sum of all the other numbers?

Ответ // Answer _____

23) Красная и черная гоночные машины стартуют из одной и той же точки и едут по кругу в одну и ту же сторону. Скорости обеих машин постоянны. В течение часа красная машина сделала в точности 12 кругов, а черная — в точности 7 кругов. Момент времени X называется *интересным*, если найдется такой момент Y (моменты X и Y не обязательно различны), что красная машина в момент Y будет там же, где черная в момент X , а черная в момент Y — там же, где красная в момент X . Сколько интересных моментов будет в течение часа (учитывая начальный, но не учитывая конечный момент)? // Red and black cars start at the same point and go on a ring road in the same direction. Both cars move with uniform speed. During one hour, the red car made exactly 12 full circles, and the black one made exactly 7 full circles. A moment of time X is said to be *interesting* if there is a moment Y (it is allowed that $X = Y$) such that the red car has the same position at moment Y as the black one at moment X , and

the black one at moment Y has the same position as the red one at moment X . How many interesting moments happen during the hour (counting the initial moment but not the terminal one)?

Ответ // Answer _____

24) Игральный автомат выдает случайно и независимо два натуральных числа от 1 до 10 (все числа выпадают с равной вероятностью). Выигрыш игрока равен модулю разности выпавших чисел. Найдите математическое ожидание выигрыша. Полученное число умножьте на 100, а если результат умножения не целый — округлите его вниз до ближайшего целого и запишите в качестве ответа. // A slot machine generates two independent random integers from 1 to 10 (all such integers come up with equal probability). The payoff of the player is the absolute value of the difference of the two numbers. Find the expected value of the payoff. Multiply the obtained result by 100 and, if the product is not integer, round it down to the nearest integer and write it down as an answer.

Ответ // Answer _____

25) Многочлен четвертой степени принимает целые значения в точках 0, 1, 3, 4, 6. Какое максимальное значение может принимать знаменатель в несократимой записи коэффициента такого многочлена? Если считаете, что коэффициенты могут быть иррациональными, то запишите в качестве ответа 0. // A polynomial of degree 4 takes integer values at points 0, 1, 3, 4, 6. What is the maximal possible value of the denominator in the irreducible fraction for a coefficient of such a polynomial? If you think that some coefficients can be irrational, then write 0 as your answer.

Ответ // Answer _____

Заполняется Приёмной комиссией. Пометки абитуриентов не допускаются!									
Номера заданий									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25					
Итого баллов									