

Вступительное испытание по «Математике» / Mathematics Entrance Test

ТЕСТ 2022 / TEST 2022

Время выполнения – 180 минут / Time allowed: 180 minutes

Вариант 1 / Variant 1

Пожалуйста, обратите внимание, что в десятичной записи числа целая часть отделяется от дробной с помощью точки “.”! // Please note that in decimal numbers the integer part is separated from the fractional with a decimal point “.”!

1) Вычислить $\sqrt{|40\sqrt{2} - 57|} - \sqrt{|40\sqrt{2} + 57|}$. // Calculate $\sqrt{|40\sqrt{2} - 57|} - \sqrt{|40\sqrt{2} + 57|}$

1. -11
2. 11
3. -10
4. 10
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

2) После двух последовательных повышений зарплата составила $\frac{15}{8}$ первоначальной. На сколько процентов повысилась зарплата в первый раз, если второе повышение было вдвое больше первого в процентном отношении? // After two consecutive increases the wage amounts to $\frac{15}{8}$ of the initial wage. How many percent did the wage increase the first time if the second increase was twice the size of the first one percentagewise?

- 1) 50%
- 2) 25%
- 3) 120%
- 4) 15%
- 5) Среди ответов нет правильного // None of the above.

3) Вычислить $(\log_{\sqrt[5]{5}}\sqrt{5})^2 - \log_{\sqrt[3]{5}}5\sqrt{5}$. // Calculate $(\log_{\sqrt[5]{5}}\sqrt{5})^2 - \log_{\sqrt[3]{5}}5\sqrt{5}$.

1. 1
2. 1.25
3. 1.5
4. 1.75
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

4) Вычислить выражение $\frac{\sin\alpha}{\sin^3\alpha+3\cos^3\alpha}$, если $\operatorname{tg}\alpha = 2$. // Calculate the expression $\frac{\sin\alpha}{\sin^3\alpha+3\cos^3\alpha}$, if $\operatorname{tg}\alpha = 2$.

1. 9/10
2. 10/11
3. 11/12
4. 12/13
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

5) Решить уравнение $|x - 2|^{5x^2 - 11x + 2} = (2022)^0$. В ответе указать сумму корней, если их несколько. // Solve the equation $|x - 2|^{5x^2 - 11x + 2} = (2022)^0$. In the answer indicate the sum of the equation roots, if there are several.

1. 4.2
2. 0.5
3. 6.2
4. -1
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

6) Найдите площадь прямоугольной трапеции, если ее диагональ, равная 10, перпендикулярна боковой стороне, а высота трапеции равна 6. // Find the area of a rectangular trapezoid, if its diagonal which is equal to 10 is perpendicular to the lateral side, and the height of the trapezoid equals to 6.

1. 59.5
2. 82
3. 61.5
4. 71
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

7) Прямая касается графика функции $y = f(x)$ в точке (1;1) и пересекает ось абсцисс в точке $(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}; 0)$. Найти $f'(1)$. // A straight line is tangent to the graph of the function $y = f(x)$ at the point (1;1) and cuts the X-axis at $(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}; 0)$. Find $f'(1)$.

1. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
2. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
3. 1
4. $\sqrt{3}$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

8) Найдите все значения x , для которых точки графика функции $y = \sqrt{x^2 - 7x - 8}$ лежат выше соответствующих точек графика функции $y = x - 6$. // Find all values of x for which the points of the graph of the function $y = \sqrt{x^2 - 7x - 8}$ lie above the corresponding points of the graph of the function $y = x - 6$.

1. $(-\infty; -1] \cup (7; +\infty)$
2. $(8.8; +\infty)$
3. $(-\infty; -1] \cup (8.8; +\infty)$
4. $(-\infty; 7] \cup (8.8; +\infty)$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

9) Решить уравнение $x(x - 2)(x + 3)(x + 1) = 72$. В ответе указать сумму корней уравнения, если их несколько. // Solve the equation $x(x - 2)(x + 3)(x + 1) = 72$. In the answer indicate the sum of the equation roots, if there are several.

1. -1
2. -3
3. 2
4. 0

5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

10) Найти значения параметра a , при которых уравнение $||x| - 3| + a = 0$ имеет ровно 3 различных корня. В ответе указать промежуток, содержащий эти значения. // Find the values of the parameter a with which the equation $||x| - 3| + a = 0$ has just 3 different roots. In the answer specify the range that includes these values.

1. $[2; 29]$
2. $[-3; +\infty)$
3. $(-\infty; -29)$
4. $(3; 29)$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

11) Решить уравнение $3\arcsin^2 x - (9 - \pi)\arcsin x - 3\pi = 0$. Указать в ответе корень уравнения или сумму корней, если их несколько. // Solve the equation $3\arcsin^2 x - (9 - \pi)\arcsin x - 3\pi = 0$. In the answer indicate the equation root or the sum of the equation roots, if there are several.

1. $\sin 3$
2. $\sin 3 + \frac{\sqrt{3}}{2}$
3. $\sin 3 - \frac{\sqrt{3}}{2}$
4. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

12) Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0.3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит. // The premises are illuminated by a lantern with two light bulbs. The probability that a light bulb blows during one year is 0.3. Find the probability that at least one light bulb does not blow during one year.

1. 0.91
2. 0.94
3. 0.97
4. 0.93
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

13) Найти область значений функции $y = -\frac{1}{3}\sin^2 x - \frac{4}{3}\sqrt{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right)} + 1$. // Find the value range for the function $y = -\frac{1}{3}\sin^2 x - \frac{4}{3}\sqrt{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right)} + 1$.

1. $[\frac{7}{3}; \infty)$
2. $[-\frac{2}{3}; 1]$
3. $(-\infty; 1]$
4. $(-\infty; \frac{7}{3}]$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

14) Пассажир метро идёт вниз по движущемуся эскалатору и спускается за 24 секунды. Если бы пассажир шёл с той же скоростью по неподвижному эскалатору, то он спустился бы за 42 секунды. За сколько секунд он спустится, стоя на ступеньке движущегося эскалатора? // A subway passenger walks down the stairs of an escalator that moves downward and reaches the floor in 24 seconds. If the passenger walked with the same speed down a motionless escalator he would reach the floor in 42 seconds. How many seconds will it take the passenger to reach the floor if he stands on a stair of an escalator that moves downward?

1. 49
2. 52
3. 56
4. 54
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

15) Найти сумму всех двухзначных чисел, не делящихся на 2, но делящихся на 3. // Find the sum of all double-digit numbers that are not divisible by 2 but are divisible by 3.

1. 685
2. 525
3. 835
4. 855
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

16) Вычислить $\operatorname{ctg}(\pi - \arccos 0.6)$ // Calculate $\operatorname{ctg}(\pi - \arccos 0.6)$.

1. 0.7
2. -0.75
3. 0.82
4. -0.7
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

17) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 3, а высота пирамиды равна 1. Найти плоский угол при вершине в боковой грани пирамиды. // In a regular triangular pyramid the base side equals to 3, and the height of the pyramid equals to 1. Find the plane angle at the vertex of the lateral face of the pyramid.

1. $2\arcsin 0.75$
2. 60°
3. $2\arccos(0.25)$
4. $\arcsin 0.75$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

18) Найти все значения параметра p , при которых ни одно решение неравенства $|x - 3p + 7| \geq 16$ не является решением неравенства $|x - 4p + 3| \leq 6$. // Find all values of the parameter p with which neither solution of the inequality $|x - 3p + 7| \geq 16$ is the solution of the inequality $|x - 4p + 3| \leq 6$.

1. $[-4; 30)$
2. $(-14; 6)$
3. $(-3; 32]$
4. $[-27; 29]$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

19) Найти множество решений неравенства $2^{-(x-1)} + \sqrt{\frac{1}{4^{x+2}}} \leq 56 + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$. // Find the solutions set for the inequality $2^{-(x-1)} + \sqrt{\frac{1}{4^{x+2}}} \leq 56 + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$.

1. $(5; +\infty)$
2. $(-\infty; 5]$
3. $[-5; +\infty)$
4. $[5; 6]$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

20) В основании прямого конуса лежит круг радиуса 1м, а длина образующей составляет 3м. Маршрут муравья по боковой поверхности конуса начинается и заканчивается в одной и той же точке на границе основания, и при этом проходит через каждую образующую. Найдите длину самого короткого из таких маршрутов. Ответ в метрах умножьте на 10, и, если он не целый, — округлите вниз до ближайшего целого числа. // The base of a right cone is a circle of radius 1m, and the slant height of the cone is 3m. A trajectory of an ant lies on the lateral surface of the cone, starts and terminates at the same boundary point of the base, and crosses every generator. Find the length of a shortest such trajectory. Multiply the answer in meters by 10, and, if the result is non-integer, round it down to the nearest integer.

Ответ // Answer _____

21) В течение часа точка A имела постоянные координаты $(0, 0)$, а точки B и C двигались равномерно и прямолинейно. Начальные координаты точки B равны $(7, 0)$, а конечные — $(17, 12)$. Начальные координаты точки C равны $(14, 10)$, а конечные — $(0, 6)$. Сколько раз за этот час площадь треугольника ABC принимала целые значения? Начальный и конечный моменты учитываются. // During one hour, a point A had constant coordinates $(0, 0)$, while points B, C moved rectilinearly with uniform speed. Initial coordinates of B are $(7, 0)$ and its terminal coordinates are $(17, 12)$. Initial coordinates of C are $(14, 10)$ and its terminal coordinates are $(0, 6)$. How many times during this hour the area of the triangle ABC took integer values? The initial and the terminal moments should be taken into account.

Ответ // Answer _____

22) Объекты 1, 2, 3, 4, 5, 6 покрашены в красный, зеленый и синий цвета таким образом, что объектов каждого цвета не больше, чем объектов двух других цветов вместе взятых. Сколько всего таких раскрасок? // Objects 1, 2, 3, 4, 5, 6 are colored red, green or blue so that the number of objects of each color does not exceed the number of all differently colored objects. How many such colorings are there?

Ответ // Answer _____

23) Красная и черная гоночные машины стартуют из одной и той же точки и едут по кругу в одну и ту же сторону. Скорости обеих машин постоянны. В течение часа красная машина сделала в точности 19 кругов, а черная — в точности 4 круга. Момент времени X называется *интересным*, если найдется такой момент Y (моменты X и Y не обязательно различны), что красная машина в момент Y будет там же, где черная в момент X , а черная в момент Y — там же, где красная в момент X . Сколько интересных моментов будет в течение часа (учитывая начальный, но не учитывая конечный момент)? // Red and black cars start at the same point and go on a ring road

in the same direction. Both cars move with uniform speed. During one hour, the red car made exactly 19 full circles, and the black one made exactly 4 full circles. A moment of time X is said to be *interesting* if there is a moment Y (it is allowed that $X = Y$) such that the red car has the same position at moment Y as the black one at moment X , and the black one at moment Y has the same position as the red one at moment X . How many interesting moments happen during the hour (counting the initial moment but not the terminal one)?

Ответ // Answer _____

24) Игральный автомат выдает случайно и независимо два натуральных числа от 1 до 10 (все числа выпадают с равной вероятностью). Выигрыш игрока равен квадрату разности выпавших чисел. Найдите математическое ожидание выигрыша. Полученное число умножьте на 100, а если результат умножения не целый — округлите его вниз до ближайшего целого и запишите в качестве ответа. // A slot machine generates two independent random integers from 1 to 10 (all such integers come up with equal probability). The payoff of the player is the square of the difference of the two numbers. Find the expected value of the payoff. Multiply the obtained result by 100 and, if the product is not integer, round it down to the nearest integer and write it down as an answer.

Ответ // Answer _____

25) Многочлен третьей степени принимает целые значения в точках 0, 2, 4, 5. Какое максимальное значение может принимать знаменатель в несократимой записи коэффициента такого многочлена? Если считаете, что коэффициенты могут быть иррациональными, то запишите в качестве ответа 0. // A polynomial of degree 3 takes integer values at points 0, 2, 4, 5. What is the maximal possible value of the denominator in the irreducible fraction for a coefficient of such a polynomial? If you think that some coefficients can be irrational, then write 0 as your answer.

Ответ // Answer _____

Заполняется Приёмной комиссией. Пометки абитуриентов не допускаются!									
Номера заданий									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25					
Итого баллов									