

1 Вычислить  $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{2020^2 + 3 \cdot 2020 + 2}$  / Calculate  $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{2020^2 + 3 \cdot 2020 + 2}$

1  $\frac{2020}{2021}$  2  $\frac{1011}{2021}$  3  $\frac{2018}{2021}$  4  $\frac{505}{1011}$  5  $\frac{1009}{2020}$

2 Вычислить  $\arccos(\sin 5)$  / Calculate  $\arccos(\sin 5)$

1  $\frac{5\pi}{2} - 5$  2  $5 - 2\pi$  3  $5 - \frac{3\pi}{2}$  4  $2\pi - 5$  5  $\frac{\pi}{2} - 5$

3 Среднее арифметическое всех целочисленных решений неравенства  $x^2 - 6x - 667 \leq 0$  равно / Find the arithmetic mean of all integer solutions of inequality  $x^2 - 6x - 667 \leq 0$

1 3 2 3,2 3 2 4 2,6 5 4

4 В случайном эксперименте монету бросили 3 раза. Найдите вероятность того, что "орел" выпал ровно 2 раза / In a random experiment, the coin was tossed 3 times. Find the probability that "eagle" fell out exactly 2 times

1 0,5 2  $\frac{3}{8}$  3  $\frac{1}{3}$  4  $\frac{5}{8}$  5  $\frac{2}{3}$

5 Вычислить  $\lg^2 125 + 9 \cdot \frac{\lg 500}{\log_{20} 10}$  / Calculate  $\lg^2 125 + 9 \cdot \frac{\lg 500}{\log_{20} 10}$

1 81 2 75 3 36 4 25 5 80

6 Длина линии касания боковой поверхности конуса, у которого радиус основания  $\frac{16}{7\pi}$  и образующая  $\frac{128}{7\pi}$ , с вписанным в него шаром, равна / Find the length of the tangent line to the side surface of the cone, for which the radius of the base is  $\frac{16}{7\pi}$  and the forming is  $\frac{128}{7\pi}$ , and the ball is inscribed in it

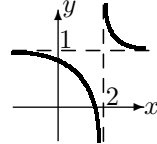
1 5 2 8 3 3 4 2 5 4

7 Если прямая касается графика функции  $y = f(x)$  в точке (1; 1) и пересекает ось абсцисс в точке  $(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}; 0)$ , то  $f'(1)$  равняется / If the line is tangent to the function  $y = f(x)$  at the point (1; 1) and crosses the abscissa axis at the point  $(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}; 0)$ , then the  $f'(1)$  equals to

1  $-\frac{1}{\sqrt{3}}$  2  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  3  $\sqrt{3}$  4  $-\sqrt{3}$  5 1

8 В 500 кг руды содержится некоторое количество железа. После удаления из руды 200 кг примесей, содержащих в среднем 12,5% железа, в оставшейся руде содержание железа повысилось на 20%. Какое количество железа осталось в руде? / 500 kg of ore contains some iron. After removing 200 kg of impurities containing on average 12.5% of iron, the iron in the remaining ore increased by 20%. How much iron remained in the ore?

1 187,5 кг / 187,5 kg 2 180 кг / 180 kg 3 105 кг / 105 kg  
4 160 кг / 160 kg 5 104 кг / 104 kg

9  Гипербола (см. рисунок) может иметь уравнение / The hyperbola (see figure) corresponds to the equation

1  $y = -\frac{1}{x+2} - 1$  2  $y = \frac{1-x}{x-2}$  3  $y = \frac{1-x}{2-x}$   
4  $y = \frac{3-x}{x-2}$  5  $y = \frac{3-x}{2-x}$

10 В первом ящике находятся шары с номерами 1-5 во втором - с номерами 6-10. Из каждого ящика вынули по 1 шару. Какова вероятность того, что сумма номеров вынутых шаров не больше 10? / In the first box there are balls with numbers 1-5. In the second - with numbers 6-10. One ball was taken from each box. What is the probability that the sum of the numbers of the removed balls is no more than 10?

1 2/5 2 19/25 3 нет верного / none from above 4 3/5 5 6/25

11 Наименьшее значение функции  $y = \frac{15}{5 + \sin x - \cos^2 x}$  на отрезке  $x \in [-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}]$  равно / Find the minimum value of the function  $y = \frac{15}{5 + \sin x - \cos^2 x}$  on the segment  $x \in [-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}]$

1 4 2 4,25 3 3,75 4  $\frac{60}{19}$  5 8,5

12 Сумма корней уравнения  $(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{\sqrt{3}}) \cdot \arccos \frac{2(x - \pi)}{\pi} = 0$  составляет / The sum of the roots of the equation  $(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{\sqrt{3}}) \cdot \arccos \frac{2(x - \pi)}{\pi} = 0$  is

1  $\frac{4}{3}\pi$  2  $2\pi$  3  $\frac{17}{6}\pi$  4 величина неопределена / uncertain value 5  $\frac{7}{3}\pi$

**13** Если высота правильной четырехугольной призмы в  $\sqrt{6}$  раз больше стороны основания, то диагональ призмы наклонена к плоскости основания под углом / If the height of the regular quadrangular prism is  $\sqrt{6}$  times greater than the side of the base, then the diagonal of the prism is inclined to the base at an angle

- 1**  $60^\circ$    **2**  $\arccos \frac{1}{2\sqrt{3}}$    **3**  $\arccos \frac{1}{\sqrt{6}}$    **4**  $\arccos \frac{1}{3\sqrt{2}}$    **5**  $30^\circ$

**14** Если площади оснований усеченной пирамиды относятся как 9 : 4, то отношение объемов отсеченной верхней части и усеченной пирамиды равно / If the areas of the bases of the truncated pyramid are treated as 9 : 4, then the ratio of the volumes of the upper part and the truncated pyramid is

- 1**  $\frac{8}{19}$    **2**  $\frac{19}{27}$    **3** 0,4   **4**  $\frac{2}{3}$    **5** 0,5

**15** Сумма целых решений неравенства  $(x-2)(x-1)x(x+1) \leq 8$  равна / Find the sum of the integer solutions of the inequality  $(x-2)(x-1)x(x+1) \leq 8$

- 1** 10   **2** 6   **3** 0   **4** 14   **5** 2

**16** Сумма целых решений неравенства  $(x - 5\sqrt[3]{\log_5 2})(2 + x)(2\sqrt[3]{\log_2^2 5} - x)(x - \pi) \leq 0$  на промежутке  $x \in [-4; 6]$  равна / Find the sum of the integer solutions of inequality  $(x - 5\sqrt[3]{\log_5 2})(2 + x)(2\sqrt[3]{\log_2^2 5} - x)(x - \pi) \leq 0$  in the segment  $x \in [-4; 6]$

- 1** 9   **2** 6   **3** 4   **4** 0   **5** 3

**17** Сельская учительница математики, желая за 4 года накопить средства на покупку внедорожника, разместила в паевом инвестиционном фонде вклад в размере 80 тыс. рублей под 25% годовых. В конце каждого из первых трех лет после начисления ей фондом процентов, она наметила дополнительно вносить на счет одну и ту же фиксированную сумму, такую, чтобы окончательный размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 978,125%. Какую сумму (в тыс. руб.) необходимо ежегодно добавлять к вкладу? / A rural mathematician want to save money and buy an SUV in 4 years, so place 80 thousand rubles on a deposit in a mutual investment fund at 25% per annum. At the end of each of the first three years she planned to additionally deposit the same fixed amount, so that the final sum of the deposit increased by 978.125% compared to the initial amount. What sum of money (in thousand rubles) should be added to the deposit annually?

- 1** 50   **2** 140   **3** 80   **4** 40   **5** 75,5

**18** Если периметр треугольника с углами  $60^\circ$  и  $45^\circ$  равен  $0,5(3\sqrt{2} - \sqrt{6} + 2\sqrt{3})$ , то его большая сторона составляет / If the perimeter of the triangle with angles of  $60^\circ$  and  $45^\circ$  is  $0.5(3\sqrt{2} - \sqrt{6} + 2\sqrt{3})$ , then its large side is

- 1** 1   **2**  $\sqrt{2} + 1$    **3**  $2\sqrt{2}$    **4** 2   **5** 3

**19** Если стороны треугольника равны 13, 39 и 44, то биссектриса, проведенная к большей стороне, составляет / If the sides of the triangle are 13, 39 and 44, then the bisectrix drawn to the larger side is

- 1** 11   **2** 13   **3** 12   **4** 15   **5** 14

**20** Около четырехугольника, стороны которого последовательно равны 7, 9, 13 и 11, описан круг. Точка касания вписанной в него окружности со стороной в 11 делит ее на отрезки  $x$  и  $y$ . Величина  $|x - y|$  равна / A circle is described near a quadrilateral whose sides are sequentially 7, 9, 13, and 11. The point contacting the circle inscribed in it with a side of 11 divides it into segments  $x$  and  $y$ . Find the value of  $|x - y|$

- 1** 3,3   **2** 2,7   **3** 0,7   **4** 0   **5** 1,3

**21** Количество целых  $a$  из промежутка  $(-5; 6)$ , при которых уравнение  $a \cdot 2^x + 2^{-x} = 4$  имеет два решения, равно / Find the number of integer  $a$  from the segment  $(-5, 6)$ , at which the equation  $a \cdot 2^x + 2^{-x} = 4$  has two solutions

- 1** 4   **2** 1   **3** 2   **4** 3   **5** 5

**22** Наибольшее целое значение  $a$ , при котором уравнение  $3 \sin x + 2 \cos y + 4 \cos x = a$  имеет бесконечное множество решений  $(x, y)$ , равно / Find the largest integer value  $a$  for which the equation  $3 \sin x + 2 \cos y + 4 \cos x = a$  has an infinite number of solutions  $(x, y)$

- 1** 9   **2** 11   **3** 7   **4** 5   **5**  $\sqrt{29}$

**23** Уравнение  $x^3 + 6x^2 - 24x + a = 0$  имеет три действительных корня, образующих геометрическую прогрессию, если  $a$  равно / The equation  $x^3 + 6x^2 - 24x + a = 0$  has three valid roots forming a geometric progression if  $a$  equals to

- 1** 27   **2** -27   **3** 8   **4** -64   **5** 64

**24** Вода, содержащая после использования на производстве 5% примесей, поступает на очистку. После очистки часть ее, содержащая 1,5% примесей, возвращается на производство, а остальная часть с 29,5% примесей сливается в отстойник. Какой процент воды, поступающей на очистку, сливается в отстойник? / Water contains 5% impurities and after production goes to purification. After purification, the part of it containing 1,5% impurities is returned to production, and the rest with the 29,5% impurities is drained into the sump. What percentage of water supplied for purification is drained into the sump?

- 1** 9,5%    **2** 12,5%    **3** 26%    **4** 20%    **5** 87,5%

**25** Если при любом действительном  $x$  для функции  $f(x)$  имеет место  $3f(6-x) + 2f(x-2) = 2x - 3$ , то сумма  $f(0) + f(4) + f(2)$  равна / If at any valid  $x$  for the function  $f(x)$  there is  $3f(6-x) + 2f(x-2) = 2x - 3$ , then the sum of  $f(0) + f(4) + f(2)$  is equal to

- 1** 1    **2** 4    **3** 5    **4** 3    **5** 2

**26** Максимальная сумма  $x + y$  среди всех пар целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих уравнению  $\sqrt{2x+4-2y} + \sqrt{4y-x-5} = 3\sqrt{7-x-2y}$ , равна / Find the maximum sum of  $x + y$  among all pairs of integers  $(x; y)$  satisfying the equation  $\sqrt{2x+4-2y} + \sqrt{4y-x-5} = 3\sqrt{7-x-2y}$

- 1** 7    **2** 6    **3** 5    **4** 4    **5** 3

**27** Небольшая мебельная фирма производит книжные шкафы и серванты. На изготовление одного книжного шкафа расходуется  $\frac{4}{3}$  м<sup>2</sup> древесно-стружечной плиты,  $\frac{4}{3}$  м<sup>2</sup> сосновой доски и  $\frac{2}{3}$  человеко-часа рабочего времени. Аналогичные данные для серванта даются числами: 2 м<sup>2</sup> древесно-стружечной плиты; 1,5 м<sup>2</sup> сосновой доски и 2 человеко-часа. Прибыль от реализации одного книжного шкафа составляет 500 руб., а серванта — 1200 руб. В течение одного месяца в распоряжении фирмы имеются: 180 м<sup>2</sup> древесно-стружечной плиты, 165 м<sup>2</sup> сосновых досок и 160 человеко-часов рабочего времени. Какова максимальная ожидаемая месячная прибыль? / A small furniture company produces bookcases and sideboards. The production of one bookcase consumes  $\frac{4}{3}$  m<sup>2</sup> chipboard,  $\frac{4}{3}$  m<sup>2</sup> pine board and  $\frac{2}{3}$  working-hours. Similar data for the sideboards is given in the following numbers: 2 m<sup>2</sup> of chipboard; 1,5 m<sup>2</sup> of pine board and 2 working-hours. The profit from selling one bookcase is 500 rubles, and for the sideboard — 1200 rubles. Within one month, the company has: 180 m<sup>2</sup> chipboards, 165 m<sup>2</sup> pine boards and 160 working-hours. What is the maximum expected monthly profit?

- 1** 162000 руб. / 162000 rubles    **2** 99000 руб. / 99000 rubles  
**3** 132000 руб. / 132000 rubles    **4** 101400 руб. / 101400 rubles  
**5** 81000 руб. / 81000 rubles

**28** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых графики функций  $y = 2|x+1| + |x-2|$  и  $y = 2|x-1| + x + a$  пересекаются ровно три раза. / Find all values of  $a$  for which the graphs of the functions  $y = 2|x+1| + |x-2|$  and  $y = 2|x-1| + x + a$  intersect exactly three times.

- 1**  $a \in (-1; 1) \cup (3; +\infty)$     **2**  $a \in (-1; 1) \cup (7; +\infty)$   
**3** такое невозможно / this is impossible    **4**  $a \in (2; 4)$     **5**  $a \in (1; 9) \cup \{13\}$

**29** В каком из приведенных промежутков может располагаться величина  $x-y$ ,

если  $\log_2 \left( \sin^2 \left( \frac{\pi xy}{2} \right) + \frac{1}{\sin^2 \left( \frac{\pi xy}{2} \right)} \right) = -y^2 + 2y$ ? / Find the segment, where

the value  $x-y$  can be located, if  $\log_2 \left( \sin^2 \left( \frac{\pi xy}{2} \right) + \frac{1}{\sin^2 \left( \frac{\pi xy}{2} \right)} \right) = -y^2 + 2y$

- 1** (8; 10)    **2** (6; 8)    **3** (7; 9)    **4** (1; 2)    **5** (4; 6)

**30** Найдите все значения  $a$ , при которых неравенство  $\log_{x+1}(a+x-1) > 2$  не имеет решений. / Find all values  $a$  where the  $\log_{x+1}(a+x-1) > 2$  has no solutions.

- 1**  $(0; +\infty)$     **2**  $(-\infty; 2]$     **3**  $(-\infty; 1] \cup \{2\}$   
**4** таких  $a$  нет / no  $a$     **5**  $(-\infty; -1]$