

**Демонстрационный вариант отборочного мероприятия - 2022
по «Математике» / Mathematics Demo Test 2022**

Время выполнения – 180 мин. / Time allowed: 180 minutes
Максимальная оценка – 100 баллов* / Maximal mark – 100 points*

Пожалуйста, обратите внимание, что в десятичной записи числа целая часть отделяется от дробной с помощью точки “.” ! // Please note that in decimal numbers the integer part is separated from the fractional with a decimal point “.”!

1) Вычислите $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{6 + 4\sqrt{2}}$. (4 балла) // Calculate $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{6 + 4\sqrt{2}}$. (4 points)

1. -5
2. -3
3. -1
4. 1
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

2) На сколько процентов изменится дробь, если числитель увеличить на 10%, а знаменатель уменьшить на 50%? (4 балла) // By what percentage will the fraction change, if the numerator is increased by 10% and the denominator is reduced by 50%? (4 points)

- 1) Уменьшится на 50% // Will be reduced by 50%.
- 2) Увеличится на 80% // Will be increased by 80%
- 3) Увеличится на 120% // Will be increased by 120%
- 4) Уменьшится на 15% // Will be reduced by 15%
- 5) Среди ответов нет правильного. // None of the above.

3) Вычислите $\log_6 702 - \log_6 3.25$. (5 баллов) // Calculate $\log_6 702 - \log_6 3.25$. (5 points)

1. 3
2. 2
3. 4
4. 5
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

4) Упростите выражение $\frac{1+\cos 2\alpha}{1-\cos 2\alpha}$. (5 баллов) // Simplify the expression $\frac{1+\cos 2\alpha}{1-\cos 2\alpha}$. (5 points)

1. $\operatorname{tg}^2 \alpha$ // $\tan^2 \alpha$
2. $\operatorname{ctg}^2 \alpha$ // $\cot^2 \alpha$
3. $\frac{1}{\sin 2\alpha}$
4. $\frac{1}{\cos 2\alpha}$
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

5) Найдите площадь равнобедренной трапеции, если ее диагональ, равная 10, образует с основанием угол, косинус которого равен $\frac{\sqrt{2}}{10}$. (5 баллов) // Find the area of an isosceles trapezoid, if its diagonal which has length 10 makes with its base an angle with cosine $\frac{\sqrt{2}}{10}$. (5 points)

1. 30
2. 20

3. 14
4. 11
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

6) Найдите значение выражения $5\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{1}{7}\right)$. (5 баллов) // Calculate the value of the expression $5\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctan}\frac{1}{7}\right)$. (5 points)

1. -7
2. -5
3. 0
4. 7
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

7) Найдите значения параметра p , при которых уравнение $9 \cos^2 x + 12 \cos x + 8 = p$ имеет по крайней мере один корень. (5 баллов) // Find all values of the parameter p for which the equation $9 \cos^2 x + 12 \cos x + 8 = p$ has at least one root. (5 points)

1. $[4; 29]$
2. $[4, +\infty)$
3. $(-\infty, 29)$
4. $(4; 29)$
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

8) Найдите площадь плоской фигуры, заданной системой неравенств $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16 \\ x + y \geq 4 \end{cases}$. (5 баллов) //

Find the area of the planar region given by the system of inequalities $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16 \\ x + y \geq 4 \end{cases}$. (5 points)

1. $4(\pi - 1)$
2. $8\pi - 4$
3. $4\pi - 8$
4. $8(\pi - 1)$
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

9) Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt[4]{x^2 - 7x + 6}}{\sqrt[3]{x - 7}}$. (5 баллов) // Find the domain of the

function $f(x) = \frac{\sqrt[4]{x^2 - 7x + 6}}{\sqrt[3]{x - 7}}$. (5 points)

1. $(-\infty; 1] \cup [6; 7) \cup (7; +\infty)$
2. $[1; 6] \cup (7; +\infty)$
3. $(-\infty; 1] \cup [6; +\infty)$
4. $(-\infty; 1) \cup (1; 7) \cup (7; +\infty)$
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

10) При каких значениях a функция $y = ax^3 + 3x^2 + 3xa + 8$ возрастает для любых $x \in \mathbb{R}$. (5 баллов) // What are the values of a for which the function $y = ax^3 + 3x^2 + 3xa + 8$ is increasing for all $x \in \mathbb{R}$. (5 points)

1. $(-\infty; -1)$
2. $(1; +\infty)$
3. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
4. $[-1; 1]$
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

11) Вписанный в окружность угол с вершиной в точке C опирается на диаметр AB . Перпендикуляр CD , опущенный на диаметр, делит его на отрезки $AD=1$ и $BD=5$. Найдите расстояние от точки C до

диаметра. (5 баллов) // An inscribed angle with vertex C is subtended by a diameter AB of the circle. The perpendicular CD dropped to the diameter divides it into segments $AD=1$ and $BD=5$. Find the distance between C and the diameter. (5 points)

1. $\sqrt{7}$
2. $\sqrt{6}$
3. $\sqrt{5}$
4. $\sqrt{3}$
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

12) Решите неравенство $\left| \frac{x-1}{x+2} \right| > 1$. (5 баллов) // Solve the inequality $\left| \frac{x-1}{x+2} \right| > 1$. (5 points)

1. $(-\infty; -2) \cup (-2; 1]$
2. $(-\infty; -3) \cup (-3; -1)$
3. $(-\infty; -2) \cup (-2; -\frac{1}{2})$
4. $(-2; -1) \cup [2; +\infty)$
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above

13) Объем треугольной призмы равен 120 cm^3 . Через две параллельные средние линии оснований проведена плоскость. Найдите объем отсеченной треугольной призмы. (5 баллов) // The volume of a triangular prism is equal to 120 cm^3 . Through two parallel midlines of bases a plane is drawn. Find the volume of the cut-off triangular prism. (5 points)

1. 40
2. 30
3. 60
4. 24
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above

14) При каком значении k многочлен $x^2 + 2(k-9)x + k^2 + 3k + 18$ можно представить в виде полного квадрата? В ответе укажите промежуток, которому принадлежит найденное значение. (5 баллов) // What is the value of k for which the polynomial $x^2 + 2(k-9)x + k^2 + 3k + 18$ is a complete square? Give an interval where the found value lies. (5 points)

1. (1;6)
2. (-6,0)
3. (-3,3)
4. (3;6)
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above

15) Найдите область значений функции $y = 2 \sin x - 5 \cos x$. (4 балла) // Find the range of the function $y = 2 \sin x - 5 \cos x$. (4 points)

1. $[-2; 5]$
2. $[-\sqrt{2}; \sqrt{5}]$
3. $[-29; 29]$
4. $[-\sqrt{29}; \sqrt{29}]$
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

16) Найдите расстояние от начала координат до прямой $3x + 2y - 6 = 0$. (4 балла) // Find the distance from the origin to the line $3x + 2y - 6 = 0$. (4 points)

1. $12\sqrt{3}$
2. $3\sqrt{5}/4$
3. $6/\sqrt{13}$
4. $2/\sqrt{5}$

5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

17) Найдите наибольшее значение функции $y = 16x - 11 \sin x + 6$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$. (5 баллов)
// Find the maximum value of the function $y = 16x - 11 \sin x + 6$ on the interval $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$. (5 points)

1. 8
2. 6
3. 4
4. 5
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

18) Прямая $y = 3x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = ax^2 + 2x + 3$. Найдите параметр a . (5 баллов) // The line $y = 3x + 1$ is tangent to the graph of the function $f(x) = ax^2 + 2x + 3$. Find the parameter a . (5 points)

1. 1/6
2. 1/7
3. 1/8
4. 1/5
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

19) При подготовке к празднику класс был разделен на три группы в количестве 6, 9 и 10 человек. Старшим первой группы назначили Сашу, второй – Наташу и третьей – Виктора. Остальные ученики распределились между группами случайным образом. Какова вероятность того, что Игорь, друг Наташи, попадет во вторую группу? (4 балла) // At the time of preparation for a celebration the class was divided into three groups composed of 6, 9 and 10 students. Sasha was appointed the leader of the first group, Natasha was appointed the leader of the second group, and Victor was appointed the leader of the third group. The remaining students were randomly distributed between these groups. What is the probability that Igor, Natasha's friend, ends up in the second group? (4 points)

1. 9/22
2. 4/11
3. 9/25
4. 1/3
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

20) Решите уравнение $3^x + 27 \cdot 3^{-x} = 28$. В ответе указать сумму корней уравнения, если их несколько. (7 баллов) // Solve the equation $3^x + 27 \cdot 3^{-x} = 28$. If the equation has several roots, give their sum. (7 points)

Ответ // Answer _____

21) Подарочный набор состоит из трёх сортов конфет. Массы конфет первого, второго и третьего сорта в этом наборе относятся как 1:2:8. Массу конфет первого сорта увеличили на 20%, а второго – на 6%. На сколько процентов надо уменьшить массу конфет третьего сорта, чтобы масса всего набора не изменилась? (7 баллов) // A gift collection comprises three sorts of sweets. The weights of the first, the second and the third sort of sweets in this collection are related as 1:2:8. The weight of the first sort of sweets was increased by 20%, and the weight of the second one by 6%. By what percentage should the weight of the third sort of sweets be reduced so that the weight of the whole gift collection remains unchanged? (7 points)

Ответ // Answer _____

22) Найдите пятый член арифметической прогрессии, если второй и четвертый её члены соответственно равны 6 и 16. (9 баллов) // Find the fifth term of an arithmetic progression, if the second term and the fourth term are 6 and 16, respectively. (9 points)

Ответ // Answer _____

23) Из 40 тонн руды выплавляют 20 тонн металла, содержащего 6% примесей. Каков процент примесей в руде? (9 баллов) // From 40 tons of ore 20 tons of metal can be melted containing 6% of impurities. What is the percentage of impurities in such ore? (9 points)

Ответ // Answer _____

24) Хорошим будем называть натуральное число, все цифры которого (в десятичной записи) различные, идут в порядке возрастания, считая от разряда единиц к старшим разрядам, и среди которых нет четырех идущих подряд (например, 3, 4, 5 и 6 не должны присутствовать в хорошем числе одновременно). Сколько существует хороших чисел, записываемых цифрами от 1 до 8? (7 баллов) //

A natural number is called *good* if all its digits (in its decimal expansion) are different, if the digits follow in the increasing order from the units to the leading digit, and if the number does not contain any four subsequent digits (e.g., 3, 4, 5, and 6 cannot appear in a good number simultaneously). How many good numbers are there, written in digits from 1 to 8? (7 points)

Ответ // Answer _____

25) Найдите максимальное целое неотрицательное число p , такое, что

$$\frac{300!}{100! 100! 100!}$$
$$\frac{300!}{100! 100! 100!}$$

делится на 6^p . (7 баллов) // Find the maximal nonnegative integer p such that

is divisible by 6^p . (7 points)

Ответ // Answer _____

* Тест содержит 25 заданий. Каждое задание оценивается в 4, 5, 7 и 9 баллов в зависимости от его сложности. Сумма оценок всех заданий равна 136 баллам. Работы абитуриентов оцениваются по 100-балльной шкале. Всем абитуриентам, набравшим за работу в сумме до 99 баллов (включительно), выставляется фактически полученный балл. Абитуриентам, которые набрали 100 баллов и выше, ставится 100 баллов. // The test contains 25 tasks. The mark for each task is 4, 5, 7 and 9 points depending on its difficulty. The total number of points for this test is 136. The test is evaluated according to the 100 points scale. Applicants who got up to 99 points will be given the relevant points. The 100 points will be given for applicants who got 100 points and higher.