

Демонстрационный вариант по математике/ Mathematics Demo Test

Время выполнения – 180 минут/ Time allowed: 180 minutes

Пожалуйста, обратите внимание, что в десятичной записи числа целая часть отделяется от дробной с помощью точки “.” !/ Please note that in decimal numbers the integer part is separated from the fractional with a decimal point “.”!

1) Вычислите $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{6 + 4\sqrt{2}}$. // Calculate $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{6 + 4\sqrt{2}}$.

1. -5
2. -3
3. -1
4. 1
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

2) На сколько процентов изменится дробь, если числитель увеличить на 10%, а знаменатель уменьшить на 50%? // By what percentage will the fraction change, if the numerator is increased by 10% and the denominator is reduced by 50%?

- 1) Уменьшится на 50% // Will be reduced by 50%.
- 2) Увеличится на 80% // Will be increased by 80%
- 3) Увеличится на 120% // Will be increased by 120%
- 4) Уменьшится на 15% // Will be reduced by 15%
- 5) Среди ответов нет правильного // None of the above.

3) Вычислите $\log_6 702 - \log_6 3.25$. // Calculate $\log_6 702 - \log_6 3.25$.

1. 3
2. 2
3. 4
4. 5
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

4). Упростите выражение $\frac{1+\cos 2\alpha}{1-\cos 2\alpha}$. // Simplify the expression $\frac{1+\cos 2\alpha}{1-\cos 2\alpha}$.

1. $\operatorname{tg}^2 \alpha$ // $\tan^2 \alpha$
2. $\operatorname{ctg}^2 \alpha$ // $\cot^2 \alpha$
3. $\frac{1}{\sin 2\alpha}$
4. $\frac{1}{\cos 2\alpha}$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

5) Найдите площадь равнобедренной трапеции, если ее диагональ, равная 10, образует с основанием угол, косинус которого равен $\frac{\sqrt{2}}{10}$. // Find the area of an isosceles trapezoid, if its diagonal which has length 10 makes with its base an angle with cosine $\frac{\sqrt{2}}{10}$.

1. 30
2. 20
3. 14
4. 11
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

6) Найдите значение выражения $5\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{1}{7}\right)$. // Calculate the value of the expression

$$5\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctan}\frac{1}{7}\right).$$

1. -7
2. -5
- 3.
4. 7
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

7). Найдите значения параметра p , при которых уравнение $9 \cos^2 x + 12 \cos x + 8 = p$ имеет по крайней мере один корень. // Find all values of the parameter p for which the equation $9 \cos^2 x + 12 \cos x + 8 = p$ has at least one root.

1. $[4; 29]$
2. $[4, +\infty)$
3. $(-\infty, 29)$
4. $(4; 29)$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

8) Найдите площадь плоской фигуры, заданной системой неравенств $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16 \\ x + y \geq 4 \end{cases}$. // Find the area

of the planar region given by the system of inequalities $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16 \\ x + y \geq 4 \end{cases}$.

1. $4(\pi - 1)$
2. $8\pi - 4$
3. $4\pi - 8$
4. $8(\pi - 1)$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

9) Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt[4]{x^2 - 7x + 6}}{\sqrt[3]{x - 7}}$. // Find the domain of the function

$$f(x) = \frac{\sqrt[4]{x^2 - 7x + 6}}{\sqrt[3]{x - 7}}.$$

1. $(-\infty; 1] \cup [6; 7) \cup (7; +\infty)$
2. $[1; 6] \cup (7; +\infty)$
3. $(-\infty; 1] \cup [6; +\infty)$
4. $(-\infty; 1) \cup (1; 7) \cup (7; +\infty)$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

10) При каких значениях a функция $y = ax^3 + 3x^2 + 3xa + 8$ возрастает для любых $x \in \mathbb{R}$. // What are the values of a for which the function $y = ax^3 + 3x^2 + 3xa + 8$ is increasing for all $x \in \mathbb{R}$.

1. $(-\infty; -1)$
2. $(1; +\infty)$
3. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
4. $[-1; 1]$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

11) Вписанный в окружность угол с вершиной в точке C опирается на диаметр AB . Перпендикуляр CD , опущенный на диаметр, делит его на отрезки $AD=1$ и $BD=5$. Найдите расстояние от точки C до диаметра. // An inscribed angle with vertex C is subtended by a diameter AB of the circle. The perpendicular CD dropped to the diameter divides it into segments $AD=1$ and $BD=5$. Find the distance between C and the diameter.

1. $\sqrt{7}$
2. $\sqrt{6}$
3. $\sqrt{5}$
4. $\sqrt{3}$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

12) Решите неравенство $\left| \frac{x-1}{x+2} \right| > 1$. // Solve the inequality $\left| \frac{x-1}{x+2} \right| > 1$.

1. $(-\infty; -2) \cup (-2; 1]$
2. $(-\infty; -3) \cup (-3; -1)$
3. $(-\infty; -2) \cup (-2; -\frac{1}{2})$
4. $(-2; -1) \cup [2; +\infty)$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above

13) Объем треугольной призмы равен 120 см^3 . Через две параллельные средние линии оснований проведена плоскость. Найдите объем отсеченной треугольной призмы. // The volume of a triangular prism is equal to 120 cm^3 . Through two parallel midlines of bases a plane is drawn. Find the volume of the cut-off triangular prism.

1. 40
2. 30
3. 60
4. 24
5. Среди ответов нет правильного // None of the above

14) При каком значении k многочлен $x^2 + 2(k - 9)x + k^2 + 3k + 18$ можно представить в виде полного квадрата? В ответе укажите промежуток, которому принадлежит найденное значение. // What is the value of k for which the polynomial $x^2 + 2(k - 9)x + k^2 + 3k + 18$ is a complete square? Give an interval where the found value lies.

1. (1;6)
2. (-6,0)
3. (-3,3)
4. (3;6)
5. Среди ответов нет правильного // None of the above

15) Найдите область значений функции $y = 2 \sin x - 5 \cos x$. // Find the range of the function $y = 2 \sin x - 5 \cos x$.

1. $[-2; 5]$
2. $[-\sqrt{2}; \sqrt{5}]$
3. $[-29; 29]$
4. $[-\sqrt{29}; \sqrt{29}]$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

16) Найдите расстояние от начала координат до прямой $3x + 2y - 6 = 0$. // Find the distance from the origin to the line $3x + 2y - 6 = 0$.

1. $12\sqrt{3}$
2. $3\sqrt{5}/4$
3. $6/\sqrt{13}$
4. $2/\sqrt{5}$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

17) Найдите наибольшее значение функции $y = 16x - 11 \sin x + 6$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$. // Find the maximum value of the function $y = 16x - 11 \sin x + 6$ on the interval $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

1. 8
2. 6
3. 4
4. 5
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

18) Прямая $y = 3x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = ax^2 + 2x + 3$. Найдите параметр a . // The line $y = 3x + 1$ is tangent to the graph of the function $f(x) = ax^2 + 2x + 3$. Find the parameter a .

1. 1/6
2. 1/7
3. 1/8
4. 1/5
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

19) При подготовке к празднику класс был разделен на три группы в количестве 6, 9 и 10 человек. Старшим первой группы назначили Сашу, второй – Наташу и третьей – Виктора. Остальные ученики распределились между группами случайным образом. Какова вероятность того, что Игорь, друг Наташи, попадет во вторую группу? // At the time of preparation for a celebration the class was divided into three groups composed of 6, 9 and 10 students. Sasha was appointed the leader of the first group, Natasha was appointed the leader of the second group, and Victor was appointed the leader of the third group. The remaining students were randomly distributed between these groups. What is the probability that Igor, Natasha's friend, ends up in the second group?

1. 9/22
2. 4/11
3. 9/25
4. 1/3
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

20) Решите уравнение $3^x + 27 \cdot 3^{-x} = 28$. В ответе указать сумму корней уравнения, если их несколько. // Solve the equation $3^x + 27 \cdot 3^{-x} = 28$. If the equation has several roots, give their sum.

21) Подарочный набор состоит из трёх сортов конфет. Массы конфет первого, второго и третьего сорта в этом наборе относятся как 1:2:8. Массу конфет первого сорта увеличили на 20%, а второго – на 6%. На сколько процентов надо уменьшить массу конфет третьего сорта, чтобы масса всего набора не изменилась? // A gift collection comprises three sorts of sweets. The weights of the first, the second and the third sort of sweets in this collection are related as 1:2:8. The weight of the first sort of sweets was increased by 20%, and the weight of the second one by 6%. By what percentage should the weight of the third sort of sweets be reduced so that the weight of the whole gift collection remains unchanged?

22) Найдите пятый член арифметической прогрессии, если второй и четвертый её члены соответственно равны 6 и 16. // Find the fifth term of an arithmetic progression, if the second term and the fourth term are 6 and 16, respectively.

23) Из 40 тонн руды выплавляют 20 тонн металла, содержащего 6% примесей. Каков процент примесей в руде? // From 40 tons of ore 20 tons of metal can be melted containing 6% of impurities. What is the percentage of impurities in such ore?

24) *Хорошим* будем называть натуральное число, все цифры которого (в десятичной записи) различные, идут в порядке возрастания, считая от разряда единиц к старшим разрядам, и среди которых нет четырех идущих подряд (например, 3, 4, 5 и 6 не должны присутствовать в хорошем числе одновременно). Сколько существует хороших чисел, записываемых цифрами от 1 до 8? // A natural number is called *good* if all its digits (in its decimal expansion) are different, if the digits follow in the increasing order from the units to the leading digit, and if the number does not contain any four subsequent digits (e.g., 3, 4, 5, and 6 cannot appear in a good number simultaneously). How many good numbers are there, written in digits from 1 to 8?

25) Найдите максимальное целое неотрицательное число p , такое, что

$$\frac{300!}{100! 100! 100!}$$

делится на 6^p . // Find the maximal nonnegative integer p such that

$$\frac{300!}{100! 100! 100!}$$

is divisible by 6^p .