

## Комментарий

Варианты вступительных испытаний 2021 года будут содержать 25 заданий и рассчитаны на выполнение в течение 180 минут. Каждое задание оценивается в 3-5 баллов в зависимости от его сложности. Сумма оценок всех заданий равна 100 баллам.

В первых 19 заданиях требуется выбрать правильный ответ из пяти предлагаемых на выбор вариантов. К заданиям 20-25 вариантов ответа не предлагается. Ответы ко всем этим заданиям являются целыми числами, их необходимо вычислить самостоятельно. Задания 24-25 имеют повышенную сложность. Они рассчитаны на абитуриентов, которые намерены поступать на образовательные программы естественно-научного профиля с повышенными требованиями по уровню математической подготовки (программы математического и физического факультетов, факультета компьютерных наук и т.п.)

Ниже приводится вариант вступительного испытания 2018 года, состоящий из 30 заданий.

### Время выполнения – 180 минут/ Time allowed: 180 minutes

Пожалуйста, обратите внимание, что в десятичной записи числа целая часть отделяется от дробной с помощью точки “.”! / Please note that in decimal numbers the integer part is separated from the fractional with a decimal point “.”!

- 1) Для всех  $x > \frac{1}{2}$  решите уравнение // For every  $x > \frac{1}{2}$  solve the equation
- $$2 \log_4(2x + 3) = 1 + \log_4 x + \log_4(2x - 1)$$
- $\frac{1}{2}$
  - $\frac{4+\sqrt{7}}{2}$
  - 4
  - $\frac{9}{2}$
  - Среди ответов нет правильного // None of the above
- 2) Найдите остаток от деления многочлена  $4x^3 - 10x^2 - 3x - 9$  на  $x - 3$  // What is the remainder when the polynomial  $4x^3 - 10x^2 - 3x - 9$  is divided by  $x - 3$
- $4x^2 + 2x + 3$
  - 198
  - 0
  - 9
  - Среди ответов нет правильного // None of the above
- 3) Если  $s, u, v$  – положительные целые числа и  $7^s = 7^u + 7^v$ , то что из перечисленного должно быть верно? // If  $s, u, v$  are positive integers and  $7^s = 7^u + 7^v$ , then which of the following must be true?
- $s = u$
  - $u = v$
  - $s > v$
- Ничего // None
  - ii и iii // ii and iii
  - Только I // Only i

4. Только ii // Only ii  
5. Только iii // Only iii
- 4) Если год назад Ване было 18 месяцев, сколько ему было (в месяцах)  $x$  месяцев назад? // If Ivan was 18 months old 1 year ago, how old was he (in months)  $x$  months ago?
1.  $x - 30$
  2.  $x - 12$
  3.  $18 - x$
  4.  $24 - x$
  5.  $30 - x$
- 5) Найдите значение  $x$ , при котором достигается максимум функции  $y = \sqrt{x} - 3x$  // Find value of  $x$ , where function  $y = \sqrt{x} - 3x$  reaches its maximum
1.  $\frac{1}{3}$
  2.  $\frac{1}{36}$
  3.  $\frac{1}{9}$
  4. 1
  5. Среди ответов нет правильного // None of the above
- 6) Чему равна сумма всех корней уравнения  $\frac{\cos(2x)+0.5}{1-\cos(2x)} = 2$ , принадлежащих промежутку  $(0, 270^\circ)$ ? // What is the sum of all roots of the equation  $\frac{\cos(2x)+0.5}{1-\cos(2x)} = 2$ , from the interval  $(0, 270^\circ)$ ?
1.  $390^\circ$
  2.  $180^\circ$
  3.  $270^\circ$
  4.  $60^\circ$
  5. Среди ответов нет правильного // None of the above
- 7) Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение  $(2p + 5)x^2 + px + 1 = 0$  имеет разные корни // Find all values of the parameter  $p$ , such that equation  $(2p + 5)x^2 + px + 1 = 0$  has distinct roots.
1.  $p = -2; 10$
  2.  $p \in (-2.5, +\infty)$
  3.  $-10 \leq p \leq 2$
  4.  $p \in (-\infty; -2) \cup (10, +\infty)$
  5. Среди ответов нет правильного // None of the above
- 8) Равнобедренный треугольник  $ABC$  со сторонами  $AB = BC = 2\sqrt{2}$  вписан в полукруг так, что  $AC$  является диаметром этого полукруга. Какова площадь двух сегментов, заключенных между хордами  $AB, BC$  и их дугами. // Equilateral triangle  $ABC$  with sides  $AB = BC = 2\sqrt{2}$  is inscribed to semicircle in a way that  $AC$  is a diameter of this semicircle. What is the area of two segments bounded by two chords  $AB, BC$  and their arcs?
1.  $2\pi - 2$
  2.  $2\pi - 4$
  3.  $4\pi - 4$
  4.  $8\pi - 4$
  5.  $8\pi - 8$

9) Решите систему уравнений // Solve the system of equations:

$$\begin{aligned}9^y &= 3^x \\ 2 \log_2 x - \log_4 3 &= \log_2 y\end{aligned}$$

1.  $x = 2\sqrt{3}, y = \sqrt{3}$
2.  $x = \frac{\sqrt{3}}{2}, y = \frac{\sqrt{3}}{4}$
3.  $x = 2\sqrt{3}, y = \sqrt{3}$
4.  $x = 2, y = 1$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above

10) Хозяин квартиры должен определить, как рассадить пятерых гостей и себя за круглым столом. Сколько возможных вариантов размещения возможно, если сам хозяин выбирает для себя всегда одно и то же место? // The host of a dinner party must determine how seat himself and five guests around a circular table. How many different seating arrangements are possible if the host always chooses the same seat for himself?

1. 6
2. 15
3. 21
4. 120
5. 720

11) Во время спортивного сезона команда выиграла 80 процентов своих первых 100 игр и 50 процентов оставшихся. Сколько игр в общей сложности команда сыграла за сезон, если известно, что она выиграла 70 процентов всех игр // During a sports season the team won 80 percent of the first 100 games and 50 percent of all the games that left. How many games in total did the team play during this season if it won 70 percent of all the games?

1. 180
2. 170
3. 156
4. 150
5. 105

12) Чему равно значение  $\frac{2 \sin^2 \alpha + \sin(2\alpha)}{2 \cos^2 \alpha + \sin(2\alpha)}$ , если известно, что  $\operatorname{ctg}(\alpha) = \frac{1}{4}$  // Find the value of  $\frac{2 \sin^2 \alpha + \sin(2\alpha)}{2 \cos^2 \alpha + \sin(2\alpha)}$ , if  $\operatorname{ctg}(\alpha) = \frac{1}{4}$

1.  $\frac{1}{4}$
2. 4
3.  $\frac{1}{8}$
4. 8
5. Среди ответов нет правильного // None of the above

13) Прямые  $y = -2x + 1$  и  $y = x + 7$  пересекаются в точке  $L$ . Точка  $M$  имеет координаты  $(-3, 1)$ . Найдите уравнение прямой, проходящей через точки  $L$  и  $M$ . // Lines  $y = -2x + 1$  and  $y = x + 7$  intersect at point  $L$ . Point  $M$  coordinates are  $(-3, 1)$ . Find the equation of the line passing through points  $L$  and  $M$ .

1.  $y = -x + 8$
2.  $y = 4x + 13$
3.  $y = \frac{4}{3}x + 5$

4.  $y = -3x + 1$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above

14) Среднее значение пяти положительных чисел равно 66. При этом среднее первых 3х чисел среди них равно 70. Чему равно среднее значение последних 2х чисел? // The average of five positive integers is equal to 66. If the average of the first three of these numbers equals 70 then what is the average of the last 2 numbers?

1. 60
2. 61
3. 62
4. 63
5. 64

15) Если каждый вопрос в тесте имеет только 5 вариантов ответа (точно да/скорее да/скорее нет/точно нет/затрудняюсь ответить), и всего в тесте 2 вопроса, то сколько существует различных способов ответить на все вопросы? // Each question on a multiple-choice test has only 5 possible answers (definitely yes/probably yes/probably no/definitely no/don't know), and there are only 2 questions in a test. In how many different ways can one answer all the questions?

1. 32
2. 120
3. 25
4. 20
5. 10

16) Бегун хочет потратить на свой маршрут на четверть меньше своего обычного времени. На сколько процентов он должен увеличить свою среднюю скорость для того, чтобы достичь желаемого результата? // A jogger desires to run a certain course in  $\frac{1}{4}$  less time than she usually takes. By what percent must she increase her average running speed to accomplish this goal?

1. 20
2. 25
3.  $33\frac{1}{3}$
4. 50
5. 75

17) Продавец газет начал свой рабочий день с  $P$  газетами на руках. С начала работы до полудня он продал 40 процентов имеющихся газет, а между полуднем и концом рабочего дня он продал 60 процентов от оставшихся. Какой процент от имеющихся  $P$  газет он продал в общей сложности? // Newspaper seller began his work day with  $P$  newspapers in his hands. By the midday he sold 40 percent of the newspapers he had, and between the midday and the end of his work day he sold 60 percent of the ones that left. What's the percentage of the newspapers he sold in total?

1. 0 %
2. 20 %
3. 24 %
4. 76 %
5. 100 %

18) Последовательность  $\{b_n\}$  определена следующим образом // Sequence  $\{b_n\}$  is defined as follows:

$$b_1 = 3$$

$$b_{n+1} = 2 - \frac{4}{b_n}, n \geq 1.$$

Чему равен элемент  $b_{61}$ ? // What is element  $b_{61}$  equal to?

1.  $-4$
2.  $2/3$
3.  $18/61$
4.  $3$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above

19) Сколько точек пересечения у графиков функций  $y = -x^2(5 - x)$  и  $y = x(x - 5)$  // How many points of intersection do the graphs of the functions  $y = -x^2(5 - x)$  and  $y = x(x - 5)$  have?

1.  $3$
2.  $2$
3.  $1$
4.  $0$
5. Бесконечно много // Infinitely many

20) Какое из перечисленных ниже чисел является наибольшим? // Which of the following numbers is the largest?

1.  $0.2\%$  от  $14$
2.  $0.7^6$
3.  $8 \times 0.017$
4.  $0.78 \times 0.163$
5.  $4 \times 0.124$

21) Точки  $S(6, -2a)$  и  $T(4b, 6)$  лежат на окружности с центром  $(7, -2a)$ . Отрезок  $ST$  является диаметром окружности. Чему равны значения  $a$  и  $b$ ? // Points  $S(6, -2a)$  and  $T(4b, 6)$  lie in the circumference with the centre  $(7, -2a)$ . Line segment  $ST$  is a diameter of the circle. What are the values of  $a$  and  $b$ ?

1.  $a = 3, b = -\frac{3}{2}$
2.  $a = -3, b = 2$
3.  $a = 0, b = 0$
4.  $a = \frac{3}{2}, b = \frac{1}{4}$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above

22) Упростите выражение  $\left(\frac{1}{2}t^{-2}\right)^{-3} \cdot t^{-3}/t^{-2}$

Simplify the expression  $\left(\frac{1}{2}t^{-2}\right)^{-3} \cdot t^{-3}/t^{-2}$

1.  $\frac{1}{8}$
2.  $\frac{1}{8}t^{12}$
3.  $-\frac{8}{t^7}$
4.  $8t^5$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above

- 23) При каких значениях параметра  $d$  многочлен  $4x^3 - 11x^2 - dx - 14$  делится на  $x - 2$  без остатка? // When  $4x^3 - 11x^2 - dx - 14$  is divided by  $x - 2$ , the remainder is zero. Which of the following could be the value of  $d$ ?
1. 0
  2. 13
  3. -13
  4. -45
  5. 45
- 24) Если сумма последовательных  $n$  целых чисел равна 0, то что из перечисленного должно быть верно? // If the sum of  $n$  consecutive integers equals 0, then which of the following must be true?
- I.  $n$  – четное число //  $n$  – even number
  - II.  $n$  – нечетное число //  $n$  – odd number
  - III. Среднее значение этих  $n$  чисел равно 0 // The average of these  $n$  numbers is 0
1. Только I // Only I
  2. Только II // Only II
  3. Только III // Only III
  4. Только I и III // Only I and III
  5. Только II и III // Only II and III
- 25) Что из перечисленного является уравнением параболы, которая не пересекает ось  $Ox$ ? // Which of the following is the equation of the parabola that does not intersect the  $x$ -axis?
1.  $y = (x - 2)^2$
  2.  $y = x^2 + 2x - 3$
  3.  $y = x^2 + 2$
  4.  $y = x^2 - 2$
  5.  $y = x^4 + 2x^2 + 2$
- 26) Представьте выражение  $\frac{10-2\sqrt{7}}{-3-\sqrt{7}}$  в виде  $d + e\sqrt{7}$ . Полученный результат равен // Represent the expression  $\frac{10-2\sqrt{7}}{-3-\sqrt{7}}$  in the form  $d + e\sqrt{7}$ . The result is
1.  $-44 + 10\sqrt{7}$
  2.  $8 - 8\sqrt{7}$
  3.  $-\frac{10}{3} + 2\sqrt{7}$
  4.  $-22 + 8\sqrt{7}$
  5. Среди ответов нет правильного // None of the above
- 27) Среднее значение  $x$  и  $y$  равно 60, а среднее значение  $y$  и  $z$  равно 80. Чему равно  $z - x$ ? // The average of  $x$  and  $y$  is 60, and the average of  $y$  and  $z$  is 80. What is the value of  $z - x$ ?
1. 70
  2. 40
  3. 20
  4. 10
  5. Для ответа недостаточно информации // Not enough information for the answer

- 28) Популяция хорьков в зоопарке увеличивается на 15% каждый год. Через сколько лет популяция удвоится? // The population of ferrets at the zoo increases by 15% each year. After how many years the population will double?
1.  $\frac{20}{3}$
  2.  $\log_{1.15} 2$
  3.  $\ln 115$
  4. 4
  5. Среди ответов нет правильного // None of the above
- 29) Пусть  $x$  и  $y$  – 2 разных простых числа. Что из перечисленного может быть верно? // Let  $x$  and  $y$  be 2 distinct prime numbers. Which of the following must be true?
1.  $\frac{x^y}{y}$  – нечетное целое число //  $\frac{x^y}{y}$  is an odd integer
  2.  $x^2y^2 = x^2$
  3.  $\frac{y^x}{4}$  – четное целое число //  $\frac{y^x}{4}$  is an even integer
  4.  $\frac{xy}{2}$  – четное целое число //  $\frac{xy}{2}$  is an even integer
  5.  $x^y = y^x$
- 30) Если 6 печатающих станков печатают 5000 газет за 4 часа, то сколько потребуется времени трем станкам напечатать 3000 газет? // If 6 printing presses print 5000 newspapers per 4 hours, then how much time will it take for three presses to print 3000 newspapers?
1. 3 часа 20 минут // 3 hours 20 minutes
  2. 4 часа 20 минут // 4 hours 20 minutes
  3. 4 часа 48 минут // 4 hours 48 minutes
  4. 5 часов 48 минут // 5 hours 48 minutes
  5. 6 часов 50 минут // 6 hours 50 minutes